

# Tentamen ProgrammaCorrectheid

23 november 2000

14.00 – 17.00 uur

---

## ■ Opgave 1

Gegeven is een functie  $F$  die voor alle gehele getallen  $n$  en  $k$  voldoet aan

$$\begin{aligned} F(n, k) &= k && \text{als } n > k \\ F(n, k) &= 2 \cdot F(2 \cdot n, k + 1) && \text{als } n \leq k \end{aligned}$$

Bepaal een geannoteerd herhalingscommando  $S$  dat voldoet aan

```
CONST
  m ∈ INTEGER ;
VAR
  x : INTEGER ;
  {P : m > 1 ∧ X = F(m, m2)}
S;
  {Q : x = X}
```

HINT: ik heb twee hulpvariabelen nodig gehad.

## ■ Opgave 2

Gegeven is de specificatie

```
CONST
  m, n ∈ INTEGER ; {m ≥ 0 ∧ n ≥ 0}
  a ∈ ARRAY [0 .. m) OF INTEGER ; {a ascending}
  b ∈ ARRAY [0 .. n) OF INTEGER ; {b increasing}
VAR
  z : INTEGER ;
  {P : Z = (Σ i, j : 0 ≤ i < m ∧ 0 ≤ j < n ∧ a[i] = b[j] : a[i])}
T;
  {Q : z = Z}
```

- Definieer een functie  $F(x, y)$  die een geschikte generalisatie is van de kwantificatie uit de preconditionie.
- Leid voor  $F(x, y)$  geschikte recurrente betrekkingen af, inclusief het basisgeval.
- Geef een implementatie van het commando  $T$ . We vragen dus niet om het gehele stappenplan uit te schrijven, maar zijn tevreden met de laatste stap: een goede samenvatting, inclusief invariant en variante functie.

➤ lees verder ➤

## ■ Opgave 3

Voor  $0 \leq k \leq n$  voldoet de functie

$$C(n, k) = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

aan de recurrente betrekkingen:

$$\begin{aligned} C(n, 0) &= 1 \\ C(n, n) &= 1 \\ C(n, k) &= C(n - 1, k - 1) + C(n - 1, k) \quad \text{als } 0 < k < n \end{aligned}$$

Bekijk de volgende (gedeeltelijke) implementatie van de recursieve procedure *Comb*:

```
PROCEDURE Comb(n, k : INTEGER ; VAR x : INTEGER );  
  { all X ∈ INTEGER :  
  : pre  $0 \leq k \leq n \wedge X = x + C(n, k)$   
  , post  $x = X$  }  
  [[ IF ... THEN  
    x := ... ;  
  ELSE  
    Comb(n - 1, k - 1, x);  
    Comb(n - 1, k, x);  
  END ;  
  ]] Comb;
```

Completeer deze implementatie en bewijs de correctheid van je oplossing. Formuleer daartoe expliciet de inductiehypothese.



einde